

**SÉMINAIRE  
MATHÉMATIQUES  
IEN ET FORMATEURS**

**ESPACE ET GÉOMÉTRIE  
DE L'ÉCOLE PRIMAIRE AU COLLÈGE**

**JEUDI 27 JANVIER 2005**

**Marie-Christine Damagnez – Bénédicte Mauny**

# **PLAN**

**1 - LES ASPECTS DE LA GÉOMÉTRIE**

**2 - COMPARAISON GLOBALE CYCLE 3 – 6<sup>ème</sup>**

**3 – PROBLÉMATIQUE**

**4 – COMPARAISON DES PROGRAMMES**

**5 - CONTINUITÉ**

**6 – DIFFÉRENCES**

# LA GÉOMÉTRIE

Elle se décline sous trois aspects :

## **LA GÉOMÉTRIE D'OBSERVATION**

Elle est liée à la maîtrise de l'espace et à la perception visuelle.

## **LA GÉOMÉTRIE INSTRUMENTÉE**

Elle est liée à l'usage des instruments, à des activités manuelles de tracé.

## **LA GÉOMÉTRIE AXIOMATIQUE**

Elle est le terrain d'exercices de raisonnement déductif, prépondérant au collège.

## COMPARAISON CYCLE 3 – 6<sup>ème</sup>

CYCLE 3	6 <sup>ème</sup>
<p data-bbox="103 772 782 828"><u>GÉOMÉTRIE « PRATIQUE »</u></p> <ul data-bbox="103 1019 782 1691" style="list-style-type: none"><li>- Basée sur la perception visuelle et l'expérimentation.</li><li>- On <u>justifie</u> en utilisant les <u>instruments</u> pour vérifier sur des <u>dessins</u>.</li><li>- Apprentissage à l'argumentation ( plutôt orale ).</li></ul>	<p data-bbox="965 772 1348 884"><u>GÉOMÉTRIE « THÉORIQUE »</u></p> <ul data-bbox="805 1019 1492 1803" style="list-style-type: none"><li>- Basée sur l'utilisation de propriétés.</li><li>- On <u>démontre</u> à l'aide des <u>propriétés</u> des <u>figures</u>.</li><li>- Apprentissage à la déduction (orale mais également formulée à l'écrit sous forme de démonstration).</li></ul>

# PROBLÉMATIQUE

Le rapport aux figures est primordial dans la façon pour les élèves d'appréhender la géométrie.

Dans le passage du cycle 3 à la 6<sup>ème</sup>, la difficulté est d'amener les élèves à un changement de regard progressif sur les figures. L'enjeu est de développer l'analyse des informations et l'aptitude des élèves à penser les actions sans les exécuter :

- « Voir » la figure.
- La « décomposer » en ses éléments.
- « Mobiliser » ses connaissances mathématiques.

Comment apparaissent les transformations dans les programmes, notamment au niveau de notions communes comme :

- Perpendiculaires et parallèles.
- Symétrie axiale.
- Solides.
- Figures planes.

# PERPENDICULAIRES ET PARALLÈLES

CYCLE 3		6ème	
COMPÉTENCES	COMMENTAIRES	COMPÉTENCES	COMMENTAIRES
1 - Vérifier, à l'aide de l'équerre, que deux droites sont perpendiculaires.			
2 - Vérifier, à l'aide de la règle et de l'équerre, que deux droites sont parallèles.			
3 - Tracer, à main levée, une droite perpendiculaire ou parallèle à une droite donnée.	<i>- L'utilisation de tracés à main levée joue un rôle important dans la mise en place d'images mentales relatives au parallélisme et à la perpendicularité.</i>		
4 - Tracer à l'aide de l'équerre la perpendiculaire à une droite donnée passant par un point donné (sur la droite ou hors de la droite).	<i>- <u>La recherche de procédés pour obtenir des droites perpendiculaires ou parallèles par pliage d'une feuille de papier joue un rôle important.</u></i>	1 - Utiliser différentes méthodes pour tracer, par un point donné, la perpendiculaire ou la parallèle à une droite donnée.	<i>- Pour le tracé d'une perpendiculaire : usage de la règle et de l'équerre, puis du compas et de la règle (après le travail sur la médiatrice d'un segment).</i>
5 - Tracer à l'aide de l'équerre et de la règle une parallèle à une droite donnée.			<i>- Pour le tracé d'une parallèle : usage de la règle et de l'équerre.</i>

<p>6 - Utiliser à bon escient le vocabulaire suivant : droites perpendiculaires, droites parallèles.</p>	<p>- <u>Pour les droites parallèles, la propriété d'écart constant entre ces droites sera mise en évidence et utilisée pour les activités de reconnaissance ou de construction.</u></p> <p>- <u>D'autres termes ( ex : droites sécantes) peuvent être introduits dans le cadre des activités conduites mais leur maîtrise n'est pas exigée au cycle 3.</u></p> <p>- <u>Les symboles // et <math>\perp</math> ne sont pas exigibles au cycle 3 ; ces notations seront abordées au collège, mais l'enseignant peut commencer à les utiliser à la fin du cycle 3.</u></p>	<p>2 - Utiliser, en situation (en particulier pour décrire une figure), le vocabulaire suivant : droites perpendiculaires, droites parallèles.</p>	<p>- <u>Deux droites perpendiculaires sont définies comme deux droites sécantes déterminant quatre angles égaux (qui sont des angles droits).</u></p> <p>- <u>Deux droites parallèles sont définies comme deux droites non sécantes et caractérisées par le fait que si l'une est perpendiculaire à une troisième droite, l'autre l'est également.</u></p>
--	--	--	--

# SYMÉTRIE AXIALE

CYCLE 3		6ème	
COMPÉTENCES	COMMENTAIRES	COMPÉTENCES	COMMENTAIRES
1 – <u>Percevoir</u> qu’une figure possède un ou plusieurs axes de symétrie.	- <i>L’étude systématique de la symétrie axiale relève du collège.</i>		
2 - <u>Vérifier</u> , en utilisant différentes techniques (pliage, papier calque, miroir) qu’une droite est axe de symétrie d’une figure.			
3 – <u>Compléter</u> une figure par symétrie axiale en utilisant des techniques telles que <u>pliage, papier calque, miroir</u> .	- <u>La construction du symétrique d’un point avec règle et équerre relève du collège.</u>	1 - <u>Construire</u> ou compléter la figure symétrique d’une figure donnée ou de figures possédant un axe de symétrie à l’aide de la règle (graduée ou non), de l’équerre, du compas, du rapporteur.	- <i>Dans la continuité du travail entrepris à l’école élémentaire, les activités s’appuient encore sur un travail expérimental (pliage, papier calque) permettant d’obtenir un inventaire abondant de figures simples, à partir desquelles sont dégagées les propriétés de conservation de la symétrie axiale.</i>
4 - <u>Tracer</u> sur papier quadrillé, la figure symétrique d’une figure donnée par rapport à une droite donnée.	- <i>On se limite à l’utilisation d’axes de symétrie qui suivent les lignes du quadrillage ou qui sont des diagonales de ce quadrillage. Les élèves sont confrontés à quelques cas où l’axe de symétrie coupe la figure.</i>	2 - <u>Construire</u> le symétrique d’un point, d’une droite, d’un segment, d’un cercle (que l’axe de symétrie coupe ou non la figure).	<i>Le rôle de la médiatrice comme axe de symétrie d’un segment est mis en évidence.</i>



<p>5 - Utiliser à bon escient le vocabulaire suivant : figure symétrique d'une figure donnée par rapport à une droite, axe de symétrie.</p>	<p>- <i>L'expression « droites orthogonales » n'est pas utilisée.</i></p>		<p>- <i>Signalons que l'expression « symétrie orthogonale » figure dans les contenus.</i></p>
---	---	--	---

# SOLIDES

<b>CYCLE 3</b>		<b>6ème</b>	
<b>COMPÉTENCES</b>	<b>COMMENTAIRES</b>	<b>COMPÉTENCES</b>	<b>COMMENTAIRES</b>
1 – Percevoir un solide, en donner le nom.	- <i>Les compétences sont relatives à une liste limitée de solides, mais les activités qui permettent de construire ces compétences peuvent concerner d'autres solides (prisme, pyramide, sphère, cylindre, cône).</i>		- <i>L'observation et la manipulation d'objets usuels constituent des points d'appui indispensables.</i>
2 – Vérifier certaines propriétés relatives aux faces ou arêtes d'un solide à l'aide des instruments.			
3 – Décrire un solide en vue de l'identifier dans un lot de solides ou de le faire reproduire sans équivoque.	- <i><u>Le travail sur la perspective cavalière relève du collège :</u> seules des activités relatives à la lecture de telles représentations sont envisagées au cycle 3. La description d'un solide conduit à prendre des empreintes des faces, à s'interroger sur la nature de ces faces.</i>		- <i>Même si les compétences attendues ne concernent que le parallélépipède rectangle, les travaux portent sur différents objets de l'espace.</i>

4 – Construire un solide.		<p>1 - Fabriquer ou reconnaître un parallélépipède rectangle de dimensions données, à partir de la donnée :</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- de ses trois dimensions.</li> <li>- Du dessin d'un des ses patrons.</li> <li>- D'un dessin le représentant en perspective cavalière.</li> </ul>	<p><i><u>L'étude met l'accent sur un aspect nouveau : la représentation en perspective cavalière, dont certaines caractéristiques sont précisées aux élèves.</u></i></p>
5 – Reconnaître, construire ou compléter un patron de cube, de parallélépipède rectangle.	<p>- <i>D'autres solides que le cube ou le parallélépipède rectangle peuvent donner lieu à la réalisation de patrons.</i></p>	2 - Dessiner ou compléter un patron d'un parallélépipède rectangle.	<p>- <i>Le cube est reconnu comme un parallélépipède rectangle particulier.</i></p>
6 - Utiliser à bon escient le vocabulaire suivant : cube, parallélépipède rectangle, sommet, arête, face.			<p>- <i>Le vocabulaire (face, arête, sommet) est utilisé dans des situations où il apparaît nécessaire, en même temps que celui qui permet de caractériser les propriétés des faces ou des arêtes.</i></p>

# FIGURES PLANES

CYCLE 3		6ème	
COMPÉTENCES	COMMENTAIRES	COMPÉTENCES	COMMENTAIRES
1 – Reconnaître de manière perceptive une figure plane, en donner le nom.	<p><i>- Les triangles et quadrilatères particuliers figurant au programme sont reconnus à partir de propriétés relatives aux longueurs des côtés, au parallélisme ou à la perpendicularité.</i></p> <p><u><i>Des propriétés relatives aux diagonales des quadrilatères particuliers peuvent être découvertes mais aucune exigence de compétence ne saurait en découler.</i></u></p>	<p>1 - Connaître les propriétés relatives aux côtés, aux angles, aux diagonales pour les quadrilatères suivants : rectangle, losange, cerf-volant, carré.</p> <p>2 – Connaître les propriétés relatives aux côtés et aux angles des triangles suivants : triangle isocèle, triangle équilatéral, triangle rectangle.</p>	<p><u><i>- Certaines propriétés sont nouvelles (notamment celles relatives aux angles autres que les angles droits et celles relatives aux diagonales).</i></u></p>
2 – Identifier, de manière perceptive, une figure simple dans une configuration plus complexe.	<p><u><i>- L'identification d'une figure peut être faite :</i></u></p> <ul style="list-style-type: none"> <li><i>- globalement ( à l'œil, il me semble que ...).</i></li> <li><i>- par un repérage perceptif de propriétés.</i></li> </ul> <p>Le recours aux instruments vient valider les hypothèses faites sur les propriétés supposées.</p>	3 - Reconnaître des figures simples dans une figure complexe.	<p><i>- Les situations dans lesquelles les élèves ont à identifier des propriétés et des figures simples dans une figure complexe à reproduire demandent un travail d'analyse qui est nécessaire aux élèves pour leurs apprentissages ultérieurs.</i></p>

3 – Vérifier l'existence d'une figure simple dans une configuration complexe, en ayant recours aux propriétés et aux instruments.			
4 – Décomposer une figure en figures plus simples.	- <i>La capacité à isoler une figure dans une configuration complexe joue un rôle important en géométrie au collège. Les élèves y seront donc entraînés dès le cycle 3..</i>		
5 – Tracer une figure (sur papier uni, quadrillé ou pointé), soit à partir de la donnée d'un modèle, soit à partir d'une description, d'un programme de construction ou d'un dessin à main levée.	- <u>La construction d'un triangle à l'aide du compas, à partir de la donnée des longueurs des trois côtés, n'est pas une compétence exigible à la fin du cycle 3.</u>	4 - Utiliser les propriétés pour reproduire ou construire ces figures.	<u>Pour les figures suivantes : cerf-volant, losange, carré, triangle isocèle, triangle équilatéral, leur construction à la règle graduée et au compas est un objectif de la classe de sixième.</u>
6 - Décrire une figure en vue de l'identifier dans un lot de figures ou de la faire reproduire sans équivoque.			
7 - Utiliser à bon escient le vocabulaire suivant : triangle, triangle rectangle, triangle isocèle, triangle équilatéral, carré, rectangle, losange, cercle, sommet, côté, centre rayon et diamètre pour le cercle.	- <u>Lors des activités de description des figures, les élèves ont l'occasion d'utiliser un vocabulaire plus important (polygone, quadrilatère, diagonale, côtés consécutifs ou côtés opposés pour des quadrilatères...), mais sa maîtrise complète n'est pas exigée.</u>		<i>La maîtrise du vocabulaire, des notations et des formulations spécifiques du langage géométrique est nécessaire au travail géométrique, mais ce dernier ne doit pas se limiter à la recherche de cette maîtrise.</i>

		<p>5 - Connaître et utiliser la définition de la médiatrice ainsi que la caractérisation de ses points par la propriété d'équidistance.</p> <p>6 - Utiliser différentes méthodes pour tracer la médiatrice d'un segment.</p>	
		<p>7 - Connaître et utiliser la définition de la bissectrice.</p> <p>8 - Utiliser différentes méthodes pour tracer la bissectrice d'un angle.</p>	<p><i>La justification de la construction de la bissectrice à la règle et au compas est reliée à la symétrie axiale.</i></p>
	<p><i>Pour le cercle, diverses constructions sont envisagées : à partir de la donnée du centre et de la longueur du rayon ou du diamètre, à partir de la donnée du centre et d'un point du cercle, à partir de la donnée d'un diamètre.</i></p>	<p>9 - Caractériser les points du cercle par le fait que :</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Tout point qui appartient au cercle est à une même distance du centre.</li> <li>- Tout point situé à cette distance du centre appartient au cercle.</li> </ul> <p>10 - Construire, à la règle et au compas, un triangle connaissant les longueurs de ses côtés.</p>	

# CONTINUITÉ

<b>DOMAINE</b>	<b>CYCLE 3</b>	<b>6ème</b>
<b>Les tracés</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- L'utilisation de tracés à main levée joue un rôle important dans la mise en place d'images mentales...</li> <li>Des activités de tracé à main levée de figures symétriques d'une figure donnée sont également proposées.</li> <li>En fin de cycle, des tracés à main levée accompagnés de données codées peuvent être proposés par l'enseignant...</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Dessin à main levée d'une figure pour permettre à un interlocuteur de la construire.</li> </ul>
<b>Les supports</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Les relations et propriétés ..... doivent être utilisées dans des activités de résolution de problèmes, situées dans différents espaces : espace ordinaire, feuille de papier, écran d'ordinateur.</li> <li>- L'utilisation de l'ordinateur (logiciels de dessin, imagiciels) permet d'enrichir le champ d'expériences des élèves.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- L'usage d'outils informatiques permet aussi une mise en œuvre de ce travail d'analyse. ( B2i)</li> <li>- L'usage d'outils informatiques permet en outre une visualisation de différentes représentations d'un objet de l'espace.</li> </ul>
	<p>Le B2i existe dans les deux niveaux et recouvre toutes les matières. (transversalité)</p>	
<b>L'expérimentation</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Les activités conduites peuvent prendre appui sur l'analyse ou la réalisation d'assemblages ...en utilisant différentes techniques : pliage, calque, miroir, gabarits.</li> <li>- L'identification se fait parmi d'autres solides.....</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- L'observation et la manipulation d'objets usuels constituent des points d'appui indispensables.</li> <li>- Les travaux s'appuient sur l'étude de solides, éventuellement réalisés en technologie....</li> <li>- Les activités s'appuient encore sur un travail expérimental ( pliage, papier calque) ....</li> </ul>
<b>Les objets géométriques</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- « Les élèves ne travaillent pas sur des objets nouveaux » (articulation école-collège) excepté le cerf-volant.</li> </ul>	

# DIFFÉRENCES

DOMAINE	CYCLE 3	6 <sup>ème</sup>
<b>Les instruments</b>	Le rapporteur	
	<ul style="list-style-type: none"> <li>- L'usage du rapporteur gradué classique ne relève pas du cycle 3.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Le rapporteur est, pour les élèves de 6<sup>ème</sup>, un nouvel instrument de mesure dont l'utilisation doit faire l'objet d'un apprentissage spécifique.</li> </ul>
<b>Les notations</b>	Le compas	
	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Le compas doit être un instrument privilégié pour comparer ou reporter des longueurs.</li> <li>- L'utilisation du compas pour trouver le milieu d'un segment ou tracer des droites perpendiculaires ou parallèles relève du collège.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- La justification de la construction de la bissectrice à la règle et au compas .....</li> <li>- Construire, à la règle et au compas, un triangle connaissant les longueurs de ses côtés.</li> </ul>
<b>Les contenus</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- L'utilisation des notations (AB) pour la droite passant par A et B et [AB] pour le segment d'extrémités A et B et les symboles // et <math>\perp</math> ne sont pas exigibles au cycle 3.</li> <li>- Repérer une case ou un point sur un quadrillage.</li> <li>- Réaliser, dans des cas simples, des agrandissements ou des réductions de figures planes.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Utiliser des lettres pour désigner les points d'une figure ou un élément de cette figure.</li> <li>- Médiatrice d'un segment</li> <li>- Bissectrice d'un angle</li> <li>- Etude du cerf-volant</li> <li>- Travail sur les angles</li> </ul>
<b>Les concepts</b>		<ul style="list-style-type: none"> <li>- Propriété d'équidistance</li> </ul>
<b>Les objectifs</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Connaissances fonctionnelles.</li> <li>- Conjecture, argumentation.</li> <li>- Expérimentation.</li> <li>- Reproduire, décrire, représenter, construire, localiser.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Connaissances formelles.</li> <li>- Preuve.</li> <li>- Déduction.</li> <li>- Stabiliser les connaissances, les structurer, les hiérarchiser avec, notamment, un objectif d'initiation à la déduction.</li> </ul>