Diplôme national du Brevet Liban
Juin 2010

Activités numériques

Exercice 1

1) $5 - 7 = -2$ $\quad\quad$ $(-2)^2 = 4$
   Avec 5 comme nombre de départ, le programme B donne bien 4.
2) $-2 + 5 = 3$ $\quad\quad$ $3^2 = 9$
   Avec -2 comme nombre de départ, le programme A donne 9.
3) a) Si on note x le nombre de départ, le programme A se traduit par l'expression $(x + 5)^2$.
   Il faut donc résoudre l'équation $(x + 5)^2 = 0$.
   Si $A^2 = 0$ alors $A = 0$.
   $x + 5 = 0$ $\quad$ $x = -5$
   Pour que le résultat du programme A soit 0, il faut choisir -5 comme nombre de départ.

   b) Si on note x le nombre de départ, le programme B se traduit par l'expression $(x - 7)^2$.
   Il faut donc résoudre l'équation $(x - 7)^2 = 9$.
   $(x - 7)^2 - 9 = 0$
   $(x - 7)^2 - 3^2 = 0$
   On peut utiliser la 3e identité remarquable : $a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$.
   $[(x - 7) + 3][(x - 7) - 3]=0$
   $(x - 4)(x - 10) = 0$
   Si $A \times B = 0$ alors $A = 0$ ou $B = 0$
   $x - 4 = 0$ $\quad$ ou $\quad$ $x - 10 = 0$
   $x = 4$ $\quad$ ou $\quad$ $x = 10$
   Pour que le résultat du programme B soit 9, il faut choisir 4 ou 10 comme nombre de départ.

4) On note x le nombre de départ, il faut donc résoudre l'équation :
   $(x + 5)^2 = (x - 7)^2$
   $(x + 5)^2 - (x - 7)^2 = 0$
   On peut utiliser la 3ème identité remarquable : $a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$.
   $[(x + 5) + (x - 7)][(x + 5) - (x - 7)] = 0$
   $(x + 5 + x - 7)(x + 5 - x + 7) = 0$
   $(2x + 2) \times 12 = 0$
   $2x + 2 = 0$
   $2x = -2$
   $x = -1$
   On doit choisir -1 pour obtenir le même résultat avec les deux programmes.

Exercice 2

1) Chacune des boules a la même probabilité d'être tirée, on est dans une situation d'équiprobabilité. Il y a 10 boules rouges sur un total de 20 boules $(10 + 6 + 4)$, la probabilité de tirer une boule rouge est donc de $\dfrac{10}{20} = \dfrac{1}{2}$.
2) Il y a 10 boules « noire ou jaune » $(6 + 4)$ sur un total de 20 boules, la probabilité de tirer une boule noire ou jaune est donc de $\dfrac{10}{20} = \dfrac{1}{2}$.
3) $\dfrac{1}{2} + \dfrac{1}{2} = \dfrac{2}{2} = 1$
   Les deux événements étant contraires (si la boule tirée n'est pas rouge, elle ne peut être que noire ou jaune) la somme de leurs probabilités est donc forcement de 1.
4) On note n le nombre de boules bleues, dans le sac il y a donc $n + 20$ boules. La probabilité de tirer une boule bleue est donc de $\dfrac{n}{n+20}$.
   Il faut donc résoudre l'équation $\dfrac{1}{5} = \dfrac{n}{n+20}$.
   Si $\dfrac{a}{b} = \dfrac{c}{d}$ alors $a \times d = b \times c$ (produits en croix).
   $n + 20 = 5n$
   $20 = 4n$
   $5 = n$
   Il y a donc 5 boules bleues dans le sac.

Exercice 3

1) -2 $\quad$ 2) 3 $\quad$ 3) $B(-1 ; 5)$ $\quad$ 4) $\dfrac{7}{2}$ $\quad$ 5) $E(0 ; 3)$

Activités géométriques

Exercice 1

	Figure 1	Figure 2	Figure 3	Figure 4
Le triangle ABC est rectangle en A ?	OUI	NON	NON	OUI
Numéro(s) de la ou des propriétés permettant de le prouver	5	7 et 4	3	1

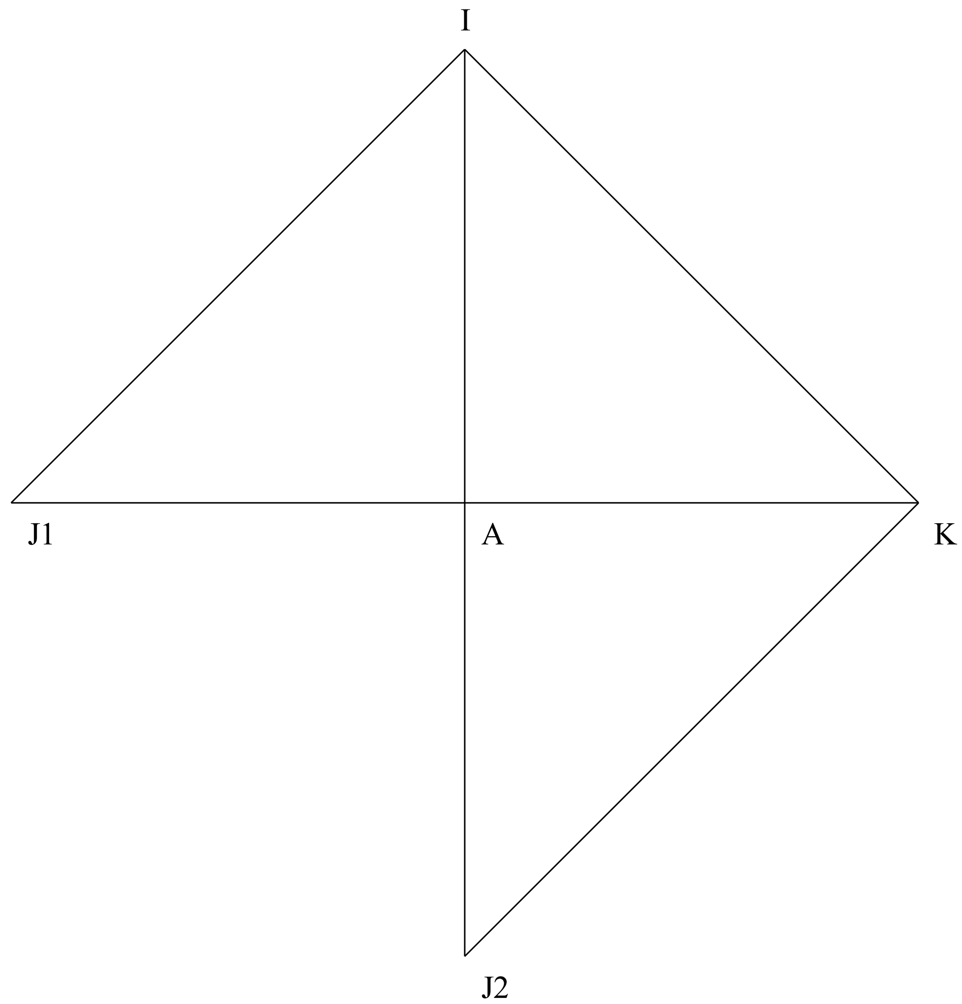
Exercice 2

1) ABCDEFGH est un cube donc ABCD est un carré et $\widehat{BAD}$ est un angle droit.
I est le milieu de [AB] et K est le milieu de [AD] donc :
$AI = AK = \dfrac{AB}{2} = \dfrac{12}{2} = 6$ cm.
Le triangle AIK est rectangle en A donc :
$A_{AIK} = \dfrac{AI \times AK}{2} = \dfrac{6 \times 6}{2} = 18\ \text{cm}^2$.

2) J est le milieu de [AE] donc AJ = 6 cm. Dans la pyramide AIKJ, AIK est la base et AJ sa hauteur donc $V_{AIKJ} = \dfrac{A_{AIK} \times AJ}{3} = \dfrac{18 \times 6}{3} = 36\ \text{cm}^3$.

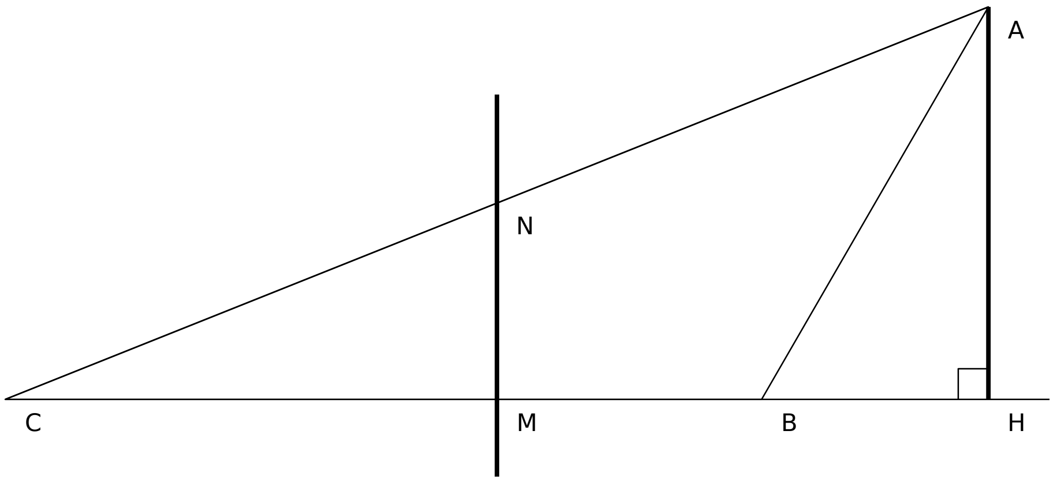
3) Le volume du cube est : $12^3 = 1\,728\ \text{cm}^3$.
$\dfrac{V_{AIKJ}}{V_{cube}} = \dfrac{36}{1728} = \dfrac{36 \times 1}{36 \times 48} = \dfrac{1}{48}$

4)



Problème

1)



2) a) Les points C, B et H sont alignés donc les angles $\widehat{ABC}$ et $\widehat{ABH}$ sont supplémentaires d'où : $\widehat{ABH} = 180° - \widehat{ABC} = 180° - 120° = 60°$.

Le triangle ABH est rectangle en H donc :

$\cos(\widehat{ABH}) = \dfrac{BH}{AB}$

$\cos(60°) = \dfrac{BH}{6}$

$BH = 6 \times \cos(60°)$

$BH = 3$ cm

b) Le triangle ABH est rectangle en H donc d'après l'égalité de Pythagore :

$AB^2 = BH^2 + AH^2$

$AH^2 = AB^2 - BH^2$

$AH^2 = 6^2 - 3^2$

$AH^2 = 36 - 9$

$AH = \sqrt{27}$

$AH = \sqrt{9 \times 3}$

$AH = 3\sqrt{3}$ cm.

Le triangle ACH est rectangle en H donc son aire est :

$$A_{ACH} = \frac{AH \times CH}{2} = \frac{AH \times (CB + BH)}{2} = \frac{3\sqrt{3} \times (10+3)}{2} = \frac{39\sqrt{3}}{2} \text{ cm}^2$$

c) Le triangle ACH est rectangle en H donc d'après l'égalité de Pythagore :

$AC^2 = AH^2 + CH^2$

$AC^2 = (3\sqrt{3})^2 + 13^2$

$AC^2 = 9 \times 3 + 169$

$AC^2 = 196$

$AC = \sqrt{196}$

$AC = 14$ cm

3) a)

b) Les droites (MN) et (AH) sont parallèles, les points C, N, A et C, M, H sont alignés d'après le théorème de Thalès on a :

$\dfrac{CM}{CH} = \dfrac{CN}{CA} = \dfrac{MN}{AH}$ soit $\dfrac{6{,}5}{13} = \dfrac{MN}{3\sqrt{3}}$ d'où $MN = \dfrac{6{,}5 \times 3\sqrt{3}}{13} = \dfrac{3\sqrt{3}}{2}$ cm

c) Dans le trapèze AHMN, [AH] est la grande base et [MN] est la petite base.

$$A_{AHMN} = \frac{(\text{petite base} + \text{grande base}) \times \text{hauteur}}{2} = \frac{(MN + HA) \times MH}{2}$$

Les points C, M, B sont alignés dans cet ordre donc $MB = CB - CM$.

$MB = 10 - 6{,}5 = 3{,}5$ cm

Les points M, B, H sont alignés dans cet ordre donc $MH = MB + BH$.

$MH = 3{,}5 + 3 = 6{,}5$ cm

$$A_{AHMN} = \frac{\left(\frac{3\sqrt{3}}{2} + 3\sqrt{3}\right) \times 6{,}5}{2} = 14{,}625\sqrt{3} \approx 25{,}3 \text{ cm}^2$$