DNB MÉTROPOLE SEPTEMBRE 2009

<u>ACTIVITÉS NUMÉRIQUES</u>

EXERCICE 1

Simplifions par 3 la fraction $\frac{1404}{3465}$:

$\frac{1404}{3465}=\frac{1404\div 3}{3465\div 3}=\frac{468}{1155}$.

Une fraction est irréductible lorsque son numérateur et son dénominateur sont des nombres premiers entre eux.

Deux nombres entiers sont premiers entre eux lorsque leur PGCD est égal à 1.

Or, les deux nombres 468 et 1155 ne sont pas premiers entre eux, car ils sont tous deux divisibles par 3 (en effet la somme des chiffres de chacun d'eux est divisible par 3).

Ainsi la fraction obtenue, $\frac{468}{1155}$, n'est pas irréductible.

EXERCICE 2

La probabilité de tirer une boule blanche est 0,32, soit $\frac{32}{100}$.

Or $\frac{32}{100}=\frac{8}{25}$. Cela signifie que sur les 25 boules présentes dans l'urne, 8 boules sont blanches, et donc 17 boules sont noires.

Il y a donc plus de boules noires que de boules blanches.

EXERCICE 3

Dans cette boisson sucrée, il y a 3 doses de sirop et 5 doses d'eau, soit en proportion $\frac{3}{8}$ de sirop et $\frac{5}{8}$ d'eau.

La quantité de sirop dans 6 litres de boisson est donc : $\frac{3}{8}\times 6\,L$=2,25 L.

EXERCICE 4

1. Avec le programme de calcul B, si on choisit 3 comme nombre de départ, on obtient bien 22 comme résultat :

   $3 \times 5 = 15$
   $15 - 4 = 11$
   $11 \times 2 = 22$

2. Avec le programme de calcul A, si on choisit (-2) comme nombre de départ, on obtient 1 comme résultat :

$-2 \times 3 = -6$
$-6 + 7 = 1$

3. a) Avec le programme de calcul A, on veut obtenir (-2) comme résultat.
Posons x le nombre de départ ; on doit résoudre l'équation :
$3x+7=-2$
$3x=-2-7$
$3x=-9$
$x=-\frac{9}{3}$
$x = -3$

   Le nombre de départ doit donc être -3.

   b) Avec le programme de calcul B, on veut obtenir 0 comme résultat.
Posons x le nombre de départ ; on doit résoudre l'équation :
$(5x-4)\times 2=0$
soit $5x-4=0$
d'où $5x=4$
d'où $x=\frac{4}{5}$ ou $x = 0{,}8$.

   Le nombre de départ doit donc être 0,8.

4. Pour que les deux programmes de calcul donnent le même résultat, il faut trouver un nombre de départ qui soit solution de l'équation :
$(5x-4)\times 2=3x+7$
soit en développant le membre de gauche :
$10x-8=3x+7$
d'où
$10x-3x=7+8$

   $7x = 15$
$x=\frac{15}{7}$.

   $\frac{15}{7}$ est le nombre à choisir pour obtenir le même résultat avec les deux programmes.

<u>ACTIVITÉS GÉOMÉTRIQUES</u>

EXERCICE 1

1. On sait d'après les données que le point O est le milieu du segment [AB], et que le point G est le symétrique de F par rapport à O, donc O est le milieu de [GF].

   Dans un quadrilatère, si les diagonales se coupent en leur milieu, alors c'est un parallélogramme.
Donc le quadrilatère AFBG est un parallélogramme.

2. Dans le triangle ABC, on sait que O est le milieu de [AB] et que F est le milieu de [AC].
Dans un triangle, la droite joignant les milieux de deux côtés est parallèle au troisième côté.

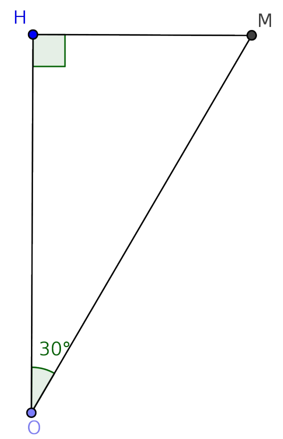
Donc (FO) est parallèle à (BC).

3. Dans le triangle CDE, le point A appartient à [CD], le point B appartient à [CE] et les droites (AB) et (DE) sont parallèles.
D'après le théorème de Thalès, on a :
$\frac{CA}{CD}=\frac{CB}{CE}=\frac{AB}{DE}$.
En particulier, on a : $\frac{CA}{CD}=\frac{AB}{DE}$,
Soit en remplaçant par les valeurs numériques : $\frac{1{,}8}{CD}=\frac{4{,}5}{12}$
A l'aide de l'égalité des produits en croix, on en déduit : $CD=\frac{1{,}8\times 12}{4{,}5}$
Ce qui donne : CD = 4,8 cm.

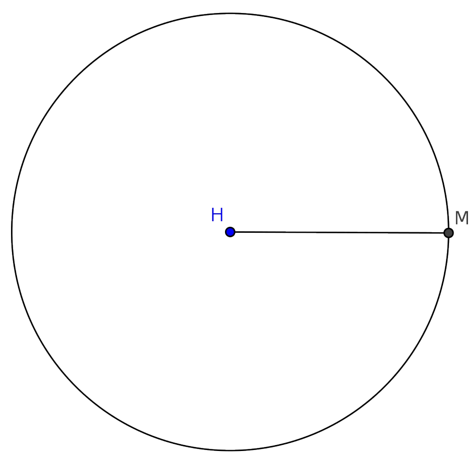
4. D'après les données, le triangle CDE est rectangle en C donc l'angle $\widehat{DCE}$ est droit. On sait aussi que A $\in$ [DC] et B $\in$ [EC], donc les angles $\widehat{DCE}$ et $\widehat{ACB}$ sont confondus. Donc le triangle ABC est rectangle en C.
On peut alors utiliser une formule de trigonométrie :
$\cos\widehat{BAC}=\frac{AC}{AB}$
$\cos\widehat{BAC}=\frac{1{,}8}{4{,}5}=\frac{2}{5}$
Avec la calculatrice, on trouve : $\widehat{BAC}\approx 66\,°$.

EXERCICE 2

1. Triangle HOM en vraie grandeur.



2. Base du cône en vraie grandeur.



3. Dans le triangle HOM rectangle en H, on a :
$\tan\widehat{HOM}=\frac{HM}{OH}$ soit $\tan 30\,°=\frac{HM}{5}$
d'où $HM=5\tan 30\,°$
soit en arrondissant au mm : $HM\approx 2{,}9\,cm$.

4. Si on verse de l'eau dans le cône jusqu'au quart de sa hauteur, la partie remplie du cône est une réduction de ce cône avec un coefficient $k=\frac{1}{4}$.

   Or, dans une réduction ou un agrandissement, si les longueurs sont multipliées par k, les volumes sont multipliés par k^3.

   Donc le volume d'eau correspondra à $\left(\frac{1}{4}\right)^3=\frac{1}{64}$ du volume du cône, soit en pourcentage 1,5625 %.

PROBLÈME

PARTIE 1 : FORMAT D'UN RECTANGLE

1. Tableau à compléter :

	Rectangle 1	Rectangle 2	Rectangle 3	Rectangle 4	Rectangle 5
Longueur L	32	36	60	80	128
Largeur l	18	27	45	45	72
$\frac{L}{l}$ sous forme irréductible	$\frac{16}{9}$	$\frac{4}{3}$	$\frac{4}{3}$	$\frac{16}{9}$	$\frac{16}{9}$

2. a) Les rectangles qui ont le même format que le rectangle 1 sont les rectangles 4 et 5 (format $\frac{16}{9}$).

   b) Les rectangles au format $\frac{4}{3}$ sont les rectangles 2 et 3.

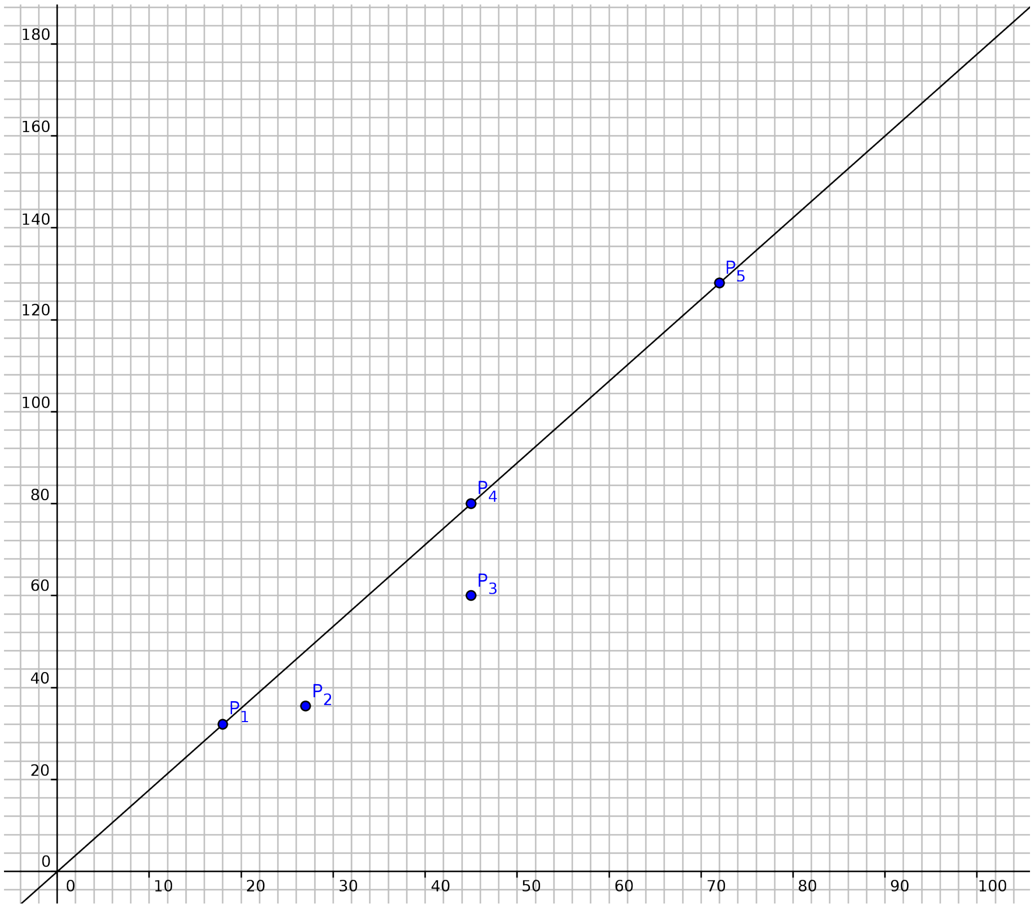
3. a) On a $\frac{L}{l}=\frac{16}{9}$ et l = 54 mm. L'égalité des produits en croix nous permet d'écrire : $L=\frac{16}{9}\times 54=96\,mm$.

   b) Dessin du rectangle.

   c) Si on ne connaît ni L ni l, on peut écrire $L=\frac{16}{9}\,l$.

PARTIE 2 : ÉTUDE GRAPHIQUE

1.



2. D'après le graphique, les points P_1, P_4 et P_5 semblent alignés.
3. La fonction qui, à une largeur l, associe la longueur L d'un rectangle dont le format est $\frac{16}{9}$ est une fonction linéaire ; or la représentation graphique d'une fonction linéaire est une droite passant par l'origine du repère.
   Le point P_1 est un point de cette droite car $32=\frac{16}{9}\times 18$.
   Tous les points dont les coordonnées $(l\ ;L)$ vérifient la relation $L=\frac{16}{9}l$ seront donc alignés et appartiendront à la droite (OP_1).

PARTIE 3 : DIAGONALE DES RECTANGLES

1. Dans le rectangle 1, si on trace la diagonale, on obtient deux triangles rectangles dont les côtés adjacents à l'angle droit mesurent 32 et 18.
   En appliquant le théorème de Pythagore dans un de ces triangles, la longueur de l'hypoténuse (donc de la diagonale du rectangle nommée D) se trouve en calculant :
   $D^2=32^2+18^2$

   $D^2=1024+324=1348$
   $D=\sqrt{1348}\approx 36{,}7\ cm$

2. Dans un rectangle au format 16/9, la diagonale D se trouve en calculant :

$$D^2 = l^2 + \left(\frac{16}{9}\,l\right)^2$$

$$D^2 = l^2 + \frac{256}{81}\,l^2$$

$$D^2 = \frac{81\,l^2 + 256\,l^2}{81} = \frac{337}{81}\,l^2$$

d'où $D = \frac{\sqrt{337}}{9}\,l$ soit environ : $D \approx 2\,l$.

Les fabricants ont donc raison de considérer que la longueur de la diagonale d'un écran de télévision au format $\frac{16}{9}$ vaut approximativement le double de sa largeur.